Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение высшего профессионального образования

«Финансовый университет при Правительстве Российской федерации»

(Финансовый университет)

Владимирский филиал Финуниверситета

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ ИНФОРМАТИКИ

Контрольная работа по дисциплине

«Экономико-математические методы и прикладные модели»

Направление контрольной работы № 1 Название задачи: вариант № 1

Исполнитель: Турукина Е.А.

Факультет: Заочный финансово-кредитный

Специальность: Финансы и кредит

Группа: периферия

№ зачетной книжки 11ФЛД40471

Руководитель: Мануйлов Н.Н.

Владимир 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

1. Особые случаи решения ЗЛП графическим методом 2
2. Задача 2. Решение графическим методом типовой задачи оптимизации..................................................................................................7
3. Задача 3. Исследование динамики экономического показателя на основе одномерного временного ряда…………………………………..9
4. Задача 4. Расчет параметров моделей экономически выгодных размеров заказываемых партий…………………………………………………….11
5. **Особые случаи решения ЗЛП графическим методом.**

Линейное программирование – это частный раздел оптимального программирования. К задачам линейного программирования сводиться широкий круг вопросов планирования экономических процессов, где ставится задача поиска наилучшего (оптимального) решения. В свою очередь оптимальное (математическое) программирование – это раздел прикладной математики, изучающий задачи условной оптимизации.

Общая задача линейного программирования (ЗЛП) состоит в нахождении экстремального значения (максимума или минимума) линейной функции:

(2.1.1)

от n переменных (*x1, х2, …, хn*) при наложенных ограничениях

a11x1+a12x2+…+a1jxj+…a1nxn <(=,>)b1,

a21x1+a22x2+…+a2jxj+…a2nxn <(=,>)b2,

……………………………………….. (2.1.2)

ai1x1+ai2x2+…+aijxj+…ainxn <(=,>)bi,

………………………………………..

am1x1+am2x2+…+amjxj+…amnxn <(=,>)bm,

xj>=0, j=1,n, (2.1.3)

где aij, bi, cj – заданные постоянные величины.

Линейную функцию (2.1.1), для которой ищется экстремальное значение, принято называть целевой функцией. Условия (2.1.2) называются функциональными, а (2.1.3) – прямыми ограничениями задачи.

Наиболее простым и наглядным методом решения задачи линейного программирования (ЗЛП) является графический метод. Он основан на геометрический интерпретации задачи линейного программирования и применяется при решении ЗЛП с двумя неизвестными:

Положим *n=2*, т.е. рассмотрим эту задачу на плоскости. Пусть системанеравенств совместна (имеет хотя бы одно решение).

Каждое неравенство этой системы геометрически определяет полуплоскость с граничной прямой *ai1 x1 + ai2 x2 = bi , i=1,2,…m*. Условия неотрицательности определяют полуплоскости, соответственно, с граничными прямыми x1=0,x2 =0. Система совместна, поэтому полуплоскости, как выпуклые множества, пересекаясь, образуют общую часть, которая является выпуклым множеством и представляет собой совокупность точек, координаты каждой из которых являются решением данной системы. Совокупность этих точек называют многоугольником решений. Он может быть точкой, отрезком, лучом, многоугольником, неограниченной многоугольной областью.

Таким образом, геометрически задача линейного программирования (ЗЛП) представляет собой отыскание такой точки многоугольника решений, координаты которой доставляют линейной функции цели максимальное (минимальное) значение, причем допустимыми решениями являются все точки многоугольника решений.

Линейное уравнение описывает множество точек, лежащих на одной прямой. Линейное неравенство описывает некоторую область на плоскости. Определим, какую часть плоскости описывает неравенство *2х1+3х2 12.* Во-первых, построим прямую *2х1+3х2=12*. Эта прямая проходит через точки (6, 0) и (0, 4). Для того чтобы определить, какая полуплоскость удовлетворяет неравенству необходимо выбрать любую точку на графике, не принадлежащую прямой, и подставить ее координаты в неравенство. Если неравенство будет выполняться, то данная точка является допустимым решением и полуплоскость, содержащая точку, удовлетворяет неравенству.

Удобной для использования при подстановке в неравенство является начало координат. Подставим х1=х2=0 в неравенство *2х1+3х212*. Получим 20+3012. Данное утверждение является верным, следовательно, неравенству 2х1+3х212 соответствует нижняя полуплоскость, содержащая точку (0.0). Это отражено на графике, изображенном на рис.1.

Рис. 1. Неравенству 2х1+3х212 соответствует нижняя полуплоскость.

Аналогично можно изобразить графически каждое ограничение задачи линейного программирования.

Решением каждого неравенства системы ограничений ЗЛП является полуплоскость, содержащая граничную прямую и расположенная по одну сторону от нее. Пересечение полуплоскостей, каждая из которых определяется соответствующим неравенством системы, называется областью допустимых решений или областью определения. Необходимо помнить, что область допустимых решений удовлетворяет.

Условиям неотрицательности (xj 0, j=1,…,n). Координаты любой точки, принадлежащей области определения являются допустимым решением задачи.

Для нахождения экстремального значения целевой функ­ции при графическом решении задач ЛП используют вектор–градиент, координаты которого являются частными производными целевой функции, т.е.

.

Этот вектор показывает направление наискорейшего изменения целевой функции. Прямая , перпендикулярная вектору градиенту, является линией уровня целевой функции. В любой точке линии уровня целевая функция принимает одно и то же значение. Приравняем целевую функцию постоянной величине *“a”.* Меняя значение *“a”*, получим семейство параллельных прямых, каждая из которых является линией уровня.

Важное свойство линии уровня линейной функции состоит в том, что при параллельном смещении линии в одну сторону уровень только возрастает, а при смещении в другую сторону – убывает.

С геометрической точки зрения в задаче линейного программирования ищется такая угловая точка или набор точек из допустимого множества решений, на котором достигается самая верхняя (нижняя) линия уровня, расположенная дальше (ближе) остальных в направлении наискорейшего роста.

Графический метод решения ЗЛП состоит из следующих этапов.

1. Строится многоугольная область допустимых решений ЗЛП – ОДР,
2. Строится вектор-градиент ЦФ в какой-нибудь точке Х0 принадлежащей ОДР – *.*
3. Линия уровня *C1x1+C2x2 = а (а*–постоянная величина) - прямая, перпендикулярная вектору –градиенту – передвигается в направлении этого вектора в случае максимизации *f(x1,x2)* до тех пор, пока не покинет пределов ОДР. Предельная точка (или точки) области при этом движении и является точкой максимума *f(x1,x2*).

4. Для нахождения ее координат достаточно решить два уравнения прямых, получаемых из соответствующих ограничений и дающих в пересечении точку максимума. Значение *f(x1,x2),* найденное в получаемой точке, является максимальным.

При минимизации *f(x1,x2*) линия уровня перемещается в направлении, противоположном вектору-градиенту. Если прямая при своем движении не покидает ОДР, то соответствующий максимум или минимум *f(x1,x2)* не существует.

Если линия уровня параллельна какому-либо функциональному ограничению задачи, то оптимальное значение ЦФ будет достигаться в любой точке этого ограничения, лежащей между двумя оптимальными угловыми точками, и, соответственно, любая из этих точек является оптимальным решением ЗЛП.

1. **Задача 2. Решение графическим методом типовой задачи оптимизации.**

Инвестор, располагающий суммой в 300 тыс.ден.ед., может вложить свой капитал в акции автомобильного концерна А и строительного предприятия В. Чтобы уменьшить риск, акций А должно быть приобретено по крайней мере в два раза больше, чем акций В, причем последних можно купить не более, чем на 100 тыс.ден.ед.

Дивиденды по акциям А составляют 8% в год, по акциям В – 10%. Какую максимальную прибыль можно получить в первый год?

Построить экономико-математичскую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Х1=А

Х2=В

F= 0.08x2+0.1x2 max

Строим систему:

х1+х2<=300

x1-2x2>=0

x2<=100

1. Заменяем неравенства на равенства:

x1+x2=300 (0,300); (300,0)

х1-2х2=0 (0,0); (100,50)

х2=100 (0,100)

1. Изображаем прямые на графике.
2. Строим вектор градиента:

С=(80,100) – вектор градиент.

1. Строим линию уровня:

х1=150

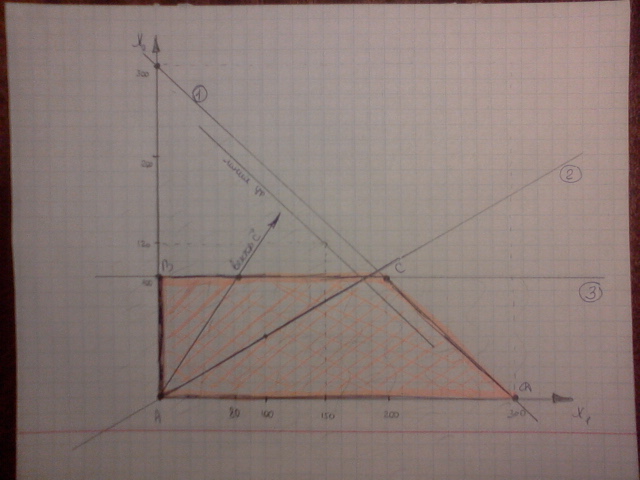
х2=0

h=0,08\*150=12

0,08х1+0,1х2=12

х1=0, х2=120 (0,120)

По точкам (150,120) строим линию уровня.



На рисунке видно, что точка С – max.

х1-2х2=0

х2=100

х2=100

х1-2\*100=0

х1=200

(200,100)

F=0.08\*100+0.1\*200=8+20=28

1. **Задача 3. Исследование динамики экономического показателя на основе одномерного временного ряда.**

В течении девяти последовательных недель фиксировался спрос Y(t) (млн.руб) на кредитные ресурсы финансовой компании. Временной ряд Y(t) этого показателя приведен ниже.

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Номер варианта | Номер наблюдения (t=1,2,3….,9) | | | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 10 | 14 | 21 | 24 | 33 | 41 | 44 | 47 | 49 |

Используем для решения задачи MS Excel. (Рис.1)

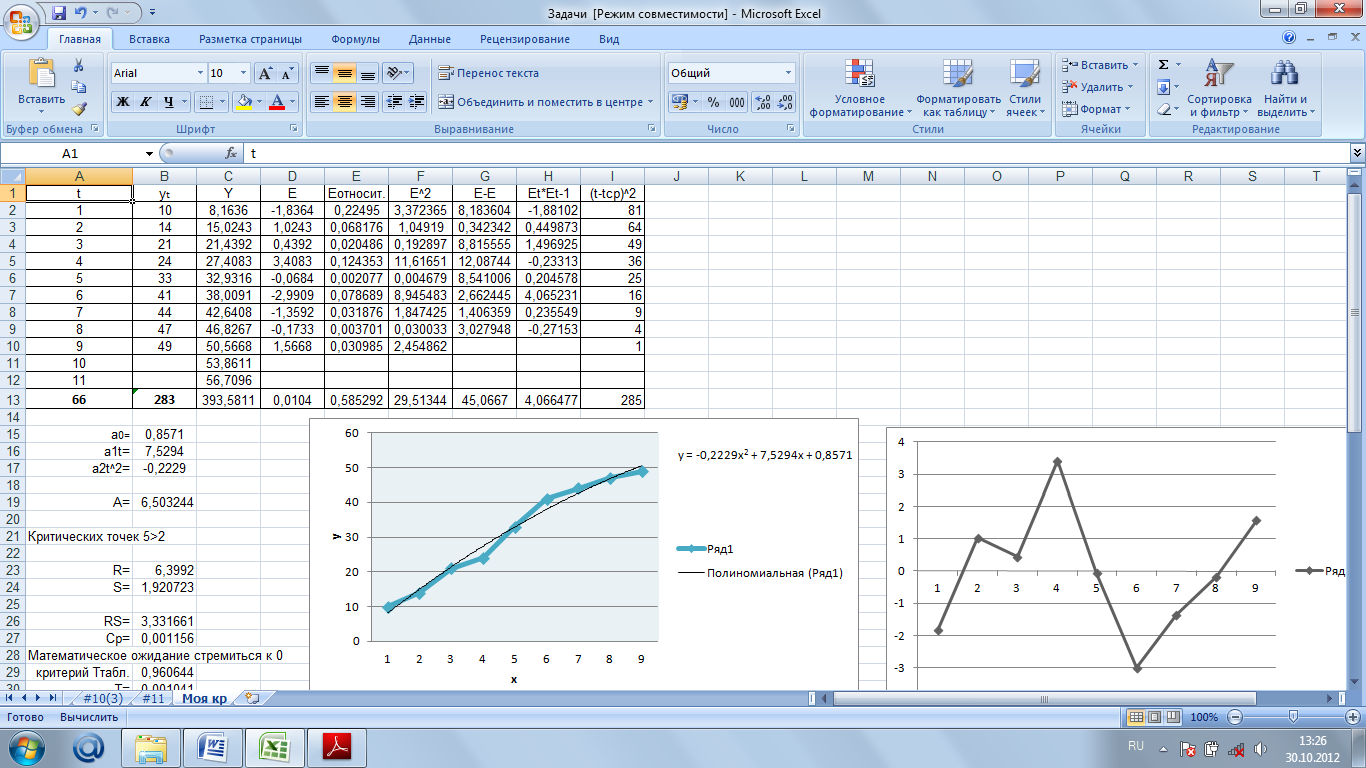


Рис.1

* 1. Проверяем наличие аномальных наблюдений.
  2. Строим линейную модель Y=а0+а1t+а2t^2=-0,2229х^2+7,5294x+

+0.8571 – линейная модель, отсюда:

а0=0,8571; а1t=7,5294;a2t^2=-0,2229 (Рис.2)

Рис.2

* 1. Оцениваем адекватность построенных моделей:

R/S=6,3992/1,920723=3,331661

Рис.3

На рис.3 показано 5 критических точек.

Находим среднее значение=0,001156 – математическое ожидание стремиться к 0.

* 1. Оцениваем точность моделей использования средней относительной ошибки аппроксимации:

А=∑Е/n\*100%, где n=9

А=6,503244=6,5% - качество удовлетворительное.

T=0,001041 d=1,526989<2

r1=0,137784,отсюда [r1]<0,36 – 4 пункт задачи выполняется.

* 1. Осуществляем прогноз спроса на следующие две недели (Рис.4):

U10=1,94494 10=51,91616 11=54,76773

U11=1,941867 10=55,80604 11=58,65147

Рис.4

1. **Задача 4. Расчет параметров моделей экономически выгодных размеров заказываемых партий.**

На склад доставляют пиломатериалы на барже по 1500 т. В сутки со склада потребители забирают 100 т пиломатериалов. Накладные расходы по доставке партии пиломатериалов равны 3 тыс.руб. Издержки хранения 1 т пиломатериалов в течение суток равны 0,2 руб.

Требуется определить: 1) длительность цикла, среднесуточные накладные расходы и среднесуточные издержки хранения; 2) эти же величины для размеров партии в 500 т и в 3000т; 3) каковы оптимальный размер заказываемый партии и расчеты характеристики работы склада в оптимальном режиме. Построить график общих годовых затрат.

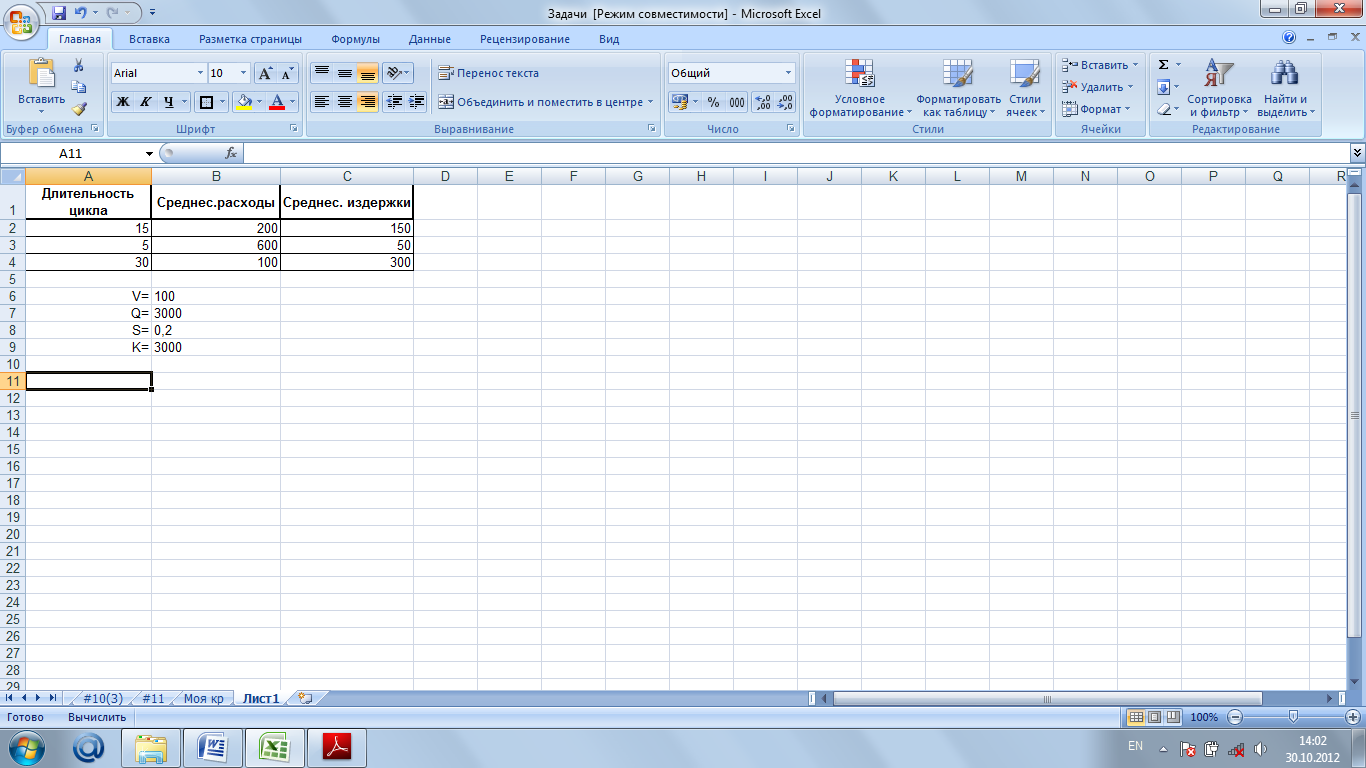
Решение:

V=100 т/в сутки;

Q=1500 т;

S=0,2 руб./т в сутки;

К=3000 руб.



1. Определяем длительность цикла:

t=Q/V=1500/100=15 суток – длительность цикла.

К/t=3000/15=200 руб./в сутки – среднесуточные расходы.

T=Q\*S/2=1500\*0.2/2=150 руб. – среднесуточные издержки.

1. Находим эти же величины разных размеров партии:

Q=500

t=500/100=5 суток длительность цикла.

K/t=600 руб. – среднесуточные расходы.

Т=500\*0,2/2=50 руб. – среднесуточные издержки.

Q=3000

t=3000/100=30 суток

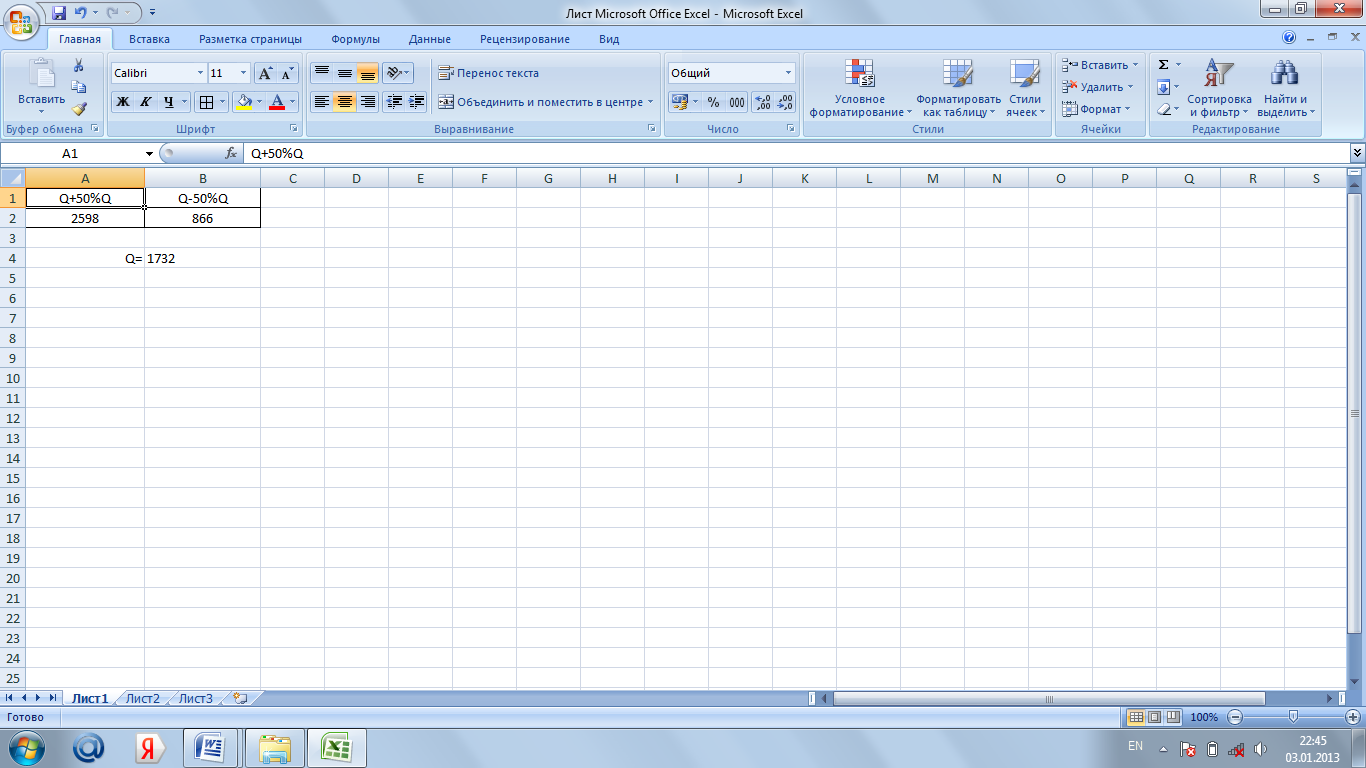
K/t=100 руб.

Т=300 руб.

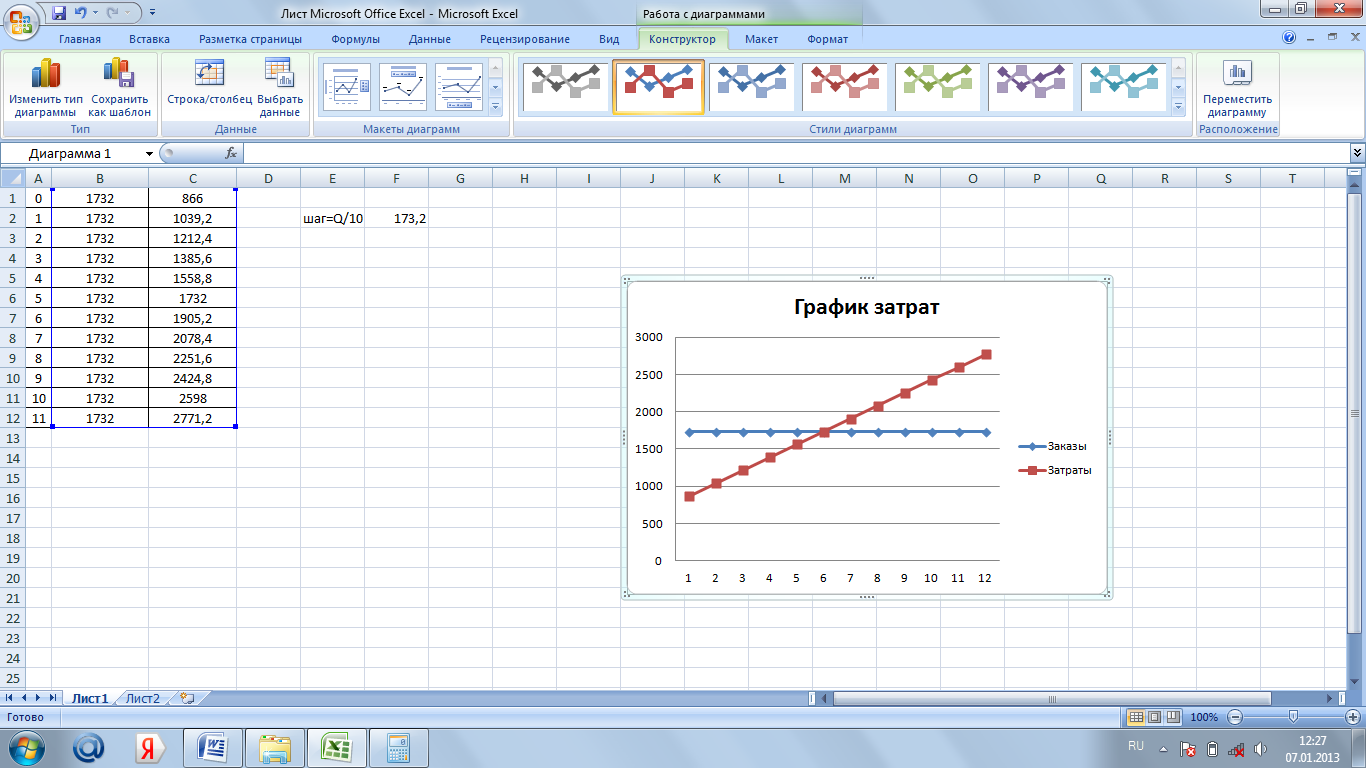
1. Находим оптимальный размер заказываемой партии:

Qопт=√2КV/S=√2\*3000\*100/0,2=√3000000=1732 т.

Строим график общих годовых затрат:



Интервал у нас получился от 866 до 2598.



По последним столбцам строим график:

**Список используемой литературы**

1. Орлова И.В., Половников В.А. Экономико-математические методы и модели: компьютерное моделирование: Учебн.пособие. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Вузовский учебник: ИНФРА-М, 2012. – 389 с.
2. Экономико-математические методы и прикладные модели: Учеб. Пособие для вузов/В.В.Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов и др.; Под ред. В.В. Федосеева. – М.: ЮНИТИ, 1999. – 391 с.
3. Орлова И.В. экономико-математическое моделирование. Практ. Пособие по решению задач. – М.: Вузовский учебник, 2004
4. Экономико-математические методы и прикладные модели. Методические указания по изучению курса и выполнению контрольной работы для самостоятельной работы студентов III курса, обучающихся по направлениям 521500 (080500) «Менеджмент» (бакалавр) и 521600 (080100) «Экономика» (бакалавр) (первое высшее образование). – М.: ВЗФЭИ, 2009.